

Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für  
Studierende der Informatik  
Blatt 7

**Aufgabe 1**

1. Eine Urne enthält zwei schwarze, vier blaue und vier rote Kugeln. Es werden nacheinander zehn Kugeln gezogen, wobei nach jedem Zug die Kugel wieder in die Urne zurückgelegt wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mindestens 2 schwarze Kugeln gezogen zu haben?
2. Eine Münze wird  $n$ -mal geworfen ( $n \geq 2$ ). Zeigen Sie, dass die Ereignisse "höchstens einmal erscheint Zahl" und "Zahl und Kopf erscheinen mindestens einmal" genau dann stochastisch unabhängig sind, wenn  $n = 3$  ist.  
Tipp: Benutzen Sie (ohne Beweis):  $2^{n-1} > n + 1$  für alle natürlichen Zahlen  $n > 3$ .
3. Sei  $X$  eine  $B(n, p)$ -verteilte Zufallsvariable mit  $E(X) = 4$  und  $Var(X) = \frac{8}{3}$ . Berechnen Sie  $P(X = 2)$ .

**Aufgabe 2**

Es wird solange gewürfelt, bis jede der Zahlen 1 bis 6 mindestens einmal erschienen ist. Bezeichne mit  $X_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , die Anzahl der Würfe bis die  $i$ -te verschiedene Zahl geworfen wurde. Sei  $Y_1 = 1$ ,  $Y_i := X_i - X_{i-1}$ ,  $i = 2, \dots, 6$ .

1. Wie ist  $Y_i - 1$ ,  $i = 2, \dots, 6$  verteilt?
2. Wie groß ist der Erwartungswert der Zufallsvariablen  $X_6$ ?
3. Man hat gerade die dritte verschiedene Augenzahl gewürfelt. Wie groß ist die Varianz der Zahl der Würfe, die man braucht bis das vierte verschiedene Wurf Ergebnis kommt?